



University of Groningen

**On a class of singular cauchy problems.**

Siersma, J.D.

**IMPORTANT NOTE:** You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

*Document Version*

Publisher's PDF, also known as Version of record

*Publication date:*

1979

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

*Citation for published version (APA):*

Siersma, J. D. (1979). On a class of singular cauchy problems. s.n.

**Copyright**

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

**Take-down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

## SAMENVATTING

We beschouwen in dit proefschrift de partiële differentiaalvergelijking

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{2q+1}{x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2p+1}{y} \frac{\partial u}{\partial y} - Q(x,y) u = 0$$

met singuliere lijnen  $x=0$  en  $y=0$ . Een speciaal geval hiervan is de zg. Euler-Poisson-Darboux vergelijking. We onderzoeken de oplosbaarheid van singuliere Cauchy problemen:  $u(x,0) = f(x)$  en  $\frac{\partial u}{\partial y}(x,y) = o(y^{-\gamma})$  als  $y \downarrow 0$ . De existentie en eenduidigheid hiervan zullen worden bewezen onder bepaalde voorwaarden aan  $p, q, Q$  en  $f$ , waarbij blijkt dat de eenduidige oplossingen vaak aan sterkere voorwaarden voldoen, bv.  $\frac{\partial u}{\partial y} = o(y^{-\lambda})$  als  $y \downarrow 0$  met  $\lambda < \gamma$ . Tevens blijken die oplossingen te kunnen worden voorgesteld als een integraalgetransformeerde van de gegeven Cauchy voorwaarde  $f$ . De kern van deze integraal transformatie wordt onderzocht met behulp van de Riemann functie van de gegeven differentiaalvergelijking.

Analoge eigenschappen worden afgeleid voor de differentiaalvergelijking op karakteristieke variabelen getransformeerd. Dan krijgen we resultaten onder minder sterke voorwaarden aan  $Q$  en  $f$ .

Vervolgens wordt een singulier Goursat probleem onderzocht: gevraagd de oplossing van de differentiaalvergelijking die op de lijn  $x=y$  voorgeschreven waarden heeft en die een continue limiet op de singuliere lijn  $y=0$  heeft met een voorgeschreven orde afschatting voor  $\frac{\partial u}{\partial y}$  bij de lijn  $y=0$ . Dit probleem wordt onderzocht met behulp van het eerstgenoemde singuliere Cauchy probleem op de lijn  $y=0$  en leidt tot de studie van een singuliere integraalvergelijking.

Uit de gevonden resultaten wordt het bestaan van een oplossing van de partiële differentiaalvergelijking in een kwadrant begrensd door singuliere lijnen aangetoond, waarbij de waarden op een der singuliere lijnen voorgeschreven zijn en de oplossing een continue limiet heeft bij nadering tot de andere singuliere lijn.

Als toepassing van het bovenstaande wordt de existentie besproken van een transformatie operator  $X$  voor twee gewone differentiaaloperatoren

$$A \equiv \frac{d^2}{dx^2} - \frac{p^{2-\frac{1}{4}}}{x^2} - q_1(x), \quad B \equiv \frac{d^2}{dx^2} - \frac{p^{2-\frac{1}{4}}}{x^2} - q_2(x),$$

zodat  $AX = XB$  op een zekere ruimte van functies met beginvoorwaarde in nul. Met behulp hiervan wordt een integreerbaarheidsvoorwaarde voor de spectraalfunctie van de differentiaaloperator  $A$  afgeleid. Deze nodige voorwaarde is een van de voldoende voorwaarden waaronder het inverse Sturm-Liouville probleem voor  $A$  opgelost kan worden.

$$\begin{array}{r} 10919 \\ \hline 1979 \end{array}$$